

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)**

**ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται μία συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\rightarrow\mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της f στο διάστημα $[\alpha,\beta]$.

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και η F είναι μία

παράγουσα της f , τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = F(\beta) - F(\alpha)$

(Μον. 2)

β) Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της.

(Μον. 2)

γ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $c \in \mathbb{R}$ μία σταθερά, τότε ισχύει:

$$(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c$$

(Μον. 2)

δ) $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, x > 0, \alpha \in \mathbb{R}^*$.

(Μον. 2)

ε) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx.$$

(Μον. 2)

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε: $(f - g)'(x) = \dots$

(Μον. 3)

β) $\int_{\alpha}^{\beta} \sin x dx = \dots$

(Μον. 3)

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει: $x \cdot f(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 - 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να δείξετε ότι: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, για $x \neq 2$.

Μονάδες 7

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Μονάδες 9

B3. Να βρείτε το $f(2)$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) n_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i n_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 ^η κλάση	[25, 35)	100			
2 ^η κλάση	[35, 45)	50			
3 ^η κλάση	[45, 55)	40			
4 ^η κλάση	[55, 65)	10			
ΣΥΝΟΛΑ		$n=200$			

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

Μονάδες 4

Γ4. Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4^{ης} κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2^{ης} κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1^η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x \cdot (x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι: $f'(x) = f(x) + e^x$.

Μονάδες 6

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 9

Δ3. Αν $g(x) = f(x) + e^x$, $x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = -1$ και $x = 1$.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ

Ενδεικτικές Απαντήσεις

Πανελλήνιες 2014

ΘΕΜΑ Α

A1.

A2. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

A3. α. $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

β. $\int_x^\beta \sigma\upsilon\nu\chi \cdot dx = [\eta\mu\chi]_a^\beta = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$

γ. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |l|$

ΘΕΜΑ Β

B1. $x \cdot f(x) - 2f(x) = x^2 - 4$

Άρα $f(x) \cdot (x - 2) = x^2 - 4 \Leftrightarrow f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}, x \neq 2$

B2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$

B3. Επειδή f συνεχής στο \mathbb{R} , άρα είναι συνεχής και στο $x_0=2$ οπότε:

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ άρα $f(2) = 4$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Ηλικίες υπαλ.	ν_i	x_i	$x_i \nu_i$	$f_i\%$
[25, 35)	100	30	3000	50
[35, 45)	50	40	2000	25
[45, 55)	40	50	2000	20
[55, 65)	10	60	600	5
ΣΥΝΟΛΑ	200		7600	100

Γ2.

$\bar{x} = \frac{7600}{200} = 38$ χρόνια

Γ3. Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών είναι: 25%.

Γ4.

5 υπάλληλοι της 4^{ης} κλάσης είναι συνολικά: $5 \cdot 60 = 300$ χρόνων.

5 υπάλληλοι της 2^{ης} κλάσης είναι συνολικά: $5 \cdot 40 = 200$ χρόνων

10 υπάλληλοι της 1^{ης} κλάσης είναι συνολικά: $10 \cdot 30 = 300$ χρόνων

$$\text{Οπότε: } y = \frac{7600 - 300 - 200 + 300}{200} = \frac{7600 - 200}{200} = \frac{7400}{200} = 37 \text{ χρόνια.}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = e^x \cdot (x-1), x \in \mathbb{R}$$

$$\Delta 1. f'(x) = e^x \cdot (x-1) + e^x \cdot (x-1)' = e^x \cdot (x-1) + e^x = e^x \cdot (x-1+1) = xe^x$$

$$\text{Άρα: } f(x) + e^x = e^x \cdot (x-1) + e^x = e^x \cdot (x-1+1) = xe^x \text{ οπότε } f'(x) = f(x) + e^x$$

Δ2.

$$f'(x) = 0 \text{ άρα } xe^x = 0 \text{ οπότε } x = 0$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	○	+	
$f(x)$		↘		↗	

Πρώτοι με την πρώτη!

f γνησίως φθίνουσα στο $\Delta_1 = (-\infty, 0]$ και f γνησίως αύξουσα στο $\Delta_2 = [0, +\infty)$.

Η f στο 0 έχει τοπικό ελάχιστο ίσο με $f(0) = e^0 \cdot (0-1) = -1$

Δ3.

$$g(x) = f(x) + e^x = e^x \cdot (x-1) + e^x = e^x \cdot x$$

$$\begin{aligned} E(\Omega) &= \int_{-1}^1 |g(x)| dx = -\int_{-1}^0 g(x) dx + \int_0^1 g(x) dx = \\ &= -\int_{-1}^0 xe^x dx + \int_0^1 xe^x dx = -[xe^x]_{-1}^0 + [e^x]_{-1}^0 + [xe^x]_0^1 - [e^x]_0^1 = 2\tau.\mu\omicron\nu. \end{aligned}$$



Πρώτοι με την πρώτη!